

CHƯƠNG VII: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

Bài 1. TAM THỨC BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT CẦN NẮM

1) . Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.

2) . Định lý về dấu của tam thức bậc hai

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

+ Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

+ Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

+ Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$. Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

Chú ý: Để xét dấu tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ta thực hiện các bước sau:

+ Bước ①: Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;

+ Bước ②: Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);

+ Bước ③: Xác định dấu của hệ số a ;

+ Bước ④: Xác định dấu của $f(x)$.

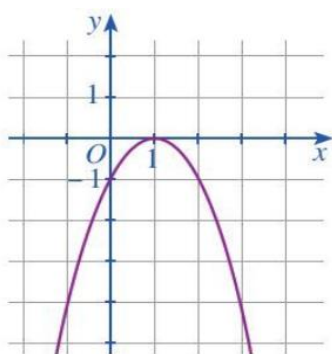
B. BÀI TẬP

Bài 1: Xét dấu các tam thức bậc hai sau

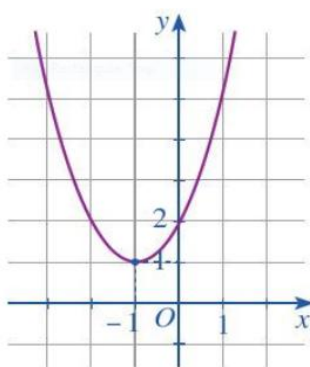
a) $f(x) = 4x^2 - 3x + 5$ b) $f(x) = -x^2 + 5x + 6$ c) $f(x) = -25 + 10x - x^2$

d) $f(x) = 3x(3x + 2) + 1$ e) $f(x) = (2x + 1)(x - 2)$

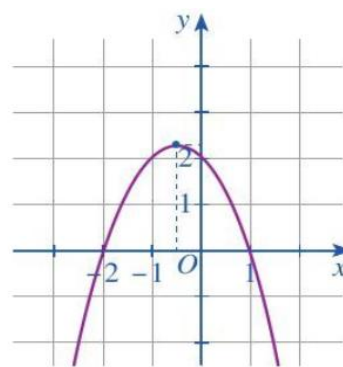
Bài 2: Tìm nghiệm và lập bảng xét dấu của tam thức bậc hai $f(x)$ ứng với đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ trong mỗi hình 23a, 23b, 23c.



a)



b)



c)

Hình 23

Bài 3: Để xây dựng phương án kinh doanh cho một loại sản phẩm, doanh nghiệp tính toán lợi nhuận y (đồng) theo công thức sau: $y = -200x^2 + 92000x - 8400000$, trong đó x là số sản phẩm được bán ra. Hỏi doanh nghiệp bán ra bao nhiêu sản phẩm thì có lãi và bán ra bao nhiêu sản phẩm thì bị lỗ?

ĐS: Doanh nghiệp có lãi khi bán từ 126 đến 334 sản phẩm, doanh nghiệp bị lỗ khi bán tối đa 125 sản phẩm hoặc bán tối thiểu 335 sản phẩm.

Bài 4: Một công ty du lịch thông báo giá tiền cho chuyến đi tham quan của một nhóm khách du lịch như sau:

50 khách đầu tiên có giá là 300 000 đồng /người. Nếu có nhiều hơn 50 người đăng kí thì cứ có thêm một người, giá vé giảm 5000 đồng/người cho toàn bộ hành khách.

a) Gọi x là số lượng khách từ người thứ 51 trở lên của nhóm. Biểu thị doanh thu theo x .

b) Số người của nhóm khách du lịch nhiều nhất là bao nhiêu thì công ty không bị lỗ? Biết rằng chi phí thực sự cho chuyến đi là 15080000 đồng.

Bài 5: Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 180Q + 140000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 (nghìn đồng).

a) Xác định lợi nhuận thu được khi xí nghiệp bán hết Q sản phẩm đó, biết rằng lợi nhuận là hiệu quả của doanh thu trừ đi tổng chi phí để sản xuất.

b) Xí nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để không bị lỗ? Biết rằng các sản phẩm sản xuất ra đều bán hết.

Bài 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT CẦN NẮM

- Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

- Nghiệm của bất phương trình bậc hai một ẩn là các giá trị của biến x mà khi thay vào bất phương trình ta được bất đẳng thức đúng.

- Giải bất phương trình bậc hai là tìm tập hợp tất cả các nghiệm của bất phương trình đó.

* Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

B. BÀI TẬP

Bài 1: Giải các bất phương trình bậc hai sau

a) $x^2 - 7x + 12 < 0$

b) $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$

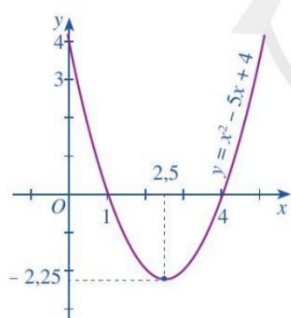
c) $3x^2 - 10x + 3 \leq 0$

d) $-x^2 + 2x - 5 > 0$

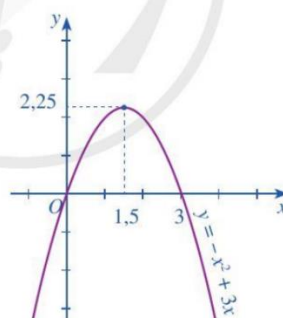
Bài 2: Quan sát đồ thị ở hình 27 và hình 28. Hãy giải các bất phương trình bậc hai sau:

a) $x^2 - 5x + 4 < 0$.

b) $-x^2 + 3x > 0$.



Hình 27



Hình 28

Bài 3: Độ cao so với mặt đất của một quả bóng được ném lên theo phương thẳng đứng được mô tả bởi hàm số bậc hai $h(t) = -4,9t^2 + 20t + 1$, ở đó độ cao $h(t)$ tính bằng mét và thời gian t tính bằng giây. Trong khoảng thời điểm nào trong quá trình bay của nó, quả bóng sẽ ở độ cao trên 5m so với mặt đất?

Bài 4: Xét hệ tọa độ Oth trên mặt phẳng, trong đó trục Ot biểu thị thời gian t (tính bằng giây), trục Oh biểu thị độ cao h (tính bằng mét). Một quả bóng được đá lên từ điểm $A(0;0,2)$ và chuyển động theo quỹ đạo là một cung parabol. Quả bóng đạt độ cao 8,5m sau 1 giây và 6m sau 2 giây.

- a) Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị quỹ đạo chuyển động của quả bóng.
b) Trong khoảng thời gian nào thì quả bóng vẫn chưa chạm đất.

Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT CẦN NẮM

1) Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

Để giải phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$ ta làm như sau:

- + **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- + **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

2) Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

Để giải phương trình $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$ ta làm như sau:

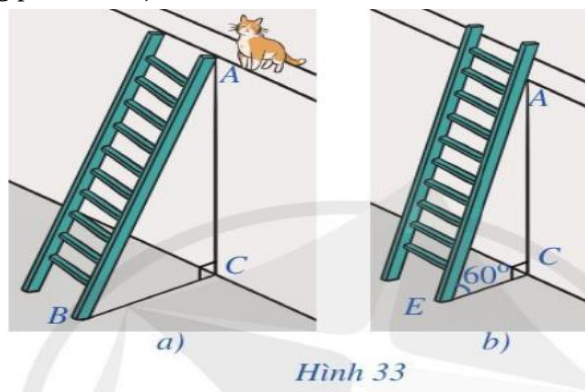
- + **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- + **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

B. BÀI TẬP

Bài 1: Giải các phương trình sau:

- a) $\sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}$ b) $\sqrt{x^2 + 2x + 4} - \sqrt{2 - x} = 0$
c) $\sqrt{x^2 - 3x - 1} = 2x - 7$ d) $x - 3 + \sqrt{x^2 + x + 1} = 0$

Bài 2: Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc cầu thang có chiều dài cao hơn bức tường $1m$. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm mép trên của bức tường (hình 33a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5m$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với đáy một góc 60° (hình 33b). Hỏi bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần mười)?



Hình 33